

Весенний тур XIX Турнира Архимеда

4.04.2010

5 класс

Личный тур

1. (3 балла) Покажите, как переложить одну спичку так, чтобы равенство стало верным:

$$\text{III} - \text{II} = \text{VI}$$

Ответ: см. рис.

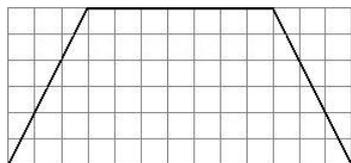
$$\text{III} + \text{II} = \text{V}$$

2. (4 балла) В магазине идёт акция: «4 пирожных по цене 3-х или 6 пирожных по цене 4-х.» Сколько пирожных купил Петя, если он заплатил за 11 пирожных (все пирожные он купил в рамках проводимой акции)?

Ответ: 16 пирожных.

Решение. 11 можно представить в виде суммы слагаемых, каждое из которых равно или 3, или 4 единственным образом:  $3+4+4$ . Значит, Петя купил  $4+6+6=16$  пирожных.

3. (5 баллов) Разделите фигуру на 4 равные части.



Ответ: см. рис.



4. (6 баллов) Макс и Крис ловили рыбу. Вместе они поймали 25 рыб. Если бы Макс поймал рыб на треть больше, а Крис – в 2 раза меньше, то количество рыб, пойманных ими вместе, не изменилось бы. Сколько рыб поймал каждый из мальчиков?

Ответ: Макс поймал 15 рыб, а Крис – 10 рыб.

Решение. Треть рыб, пойманных Максом, равна половине рыб, пойманных Крисом. Значит, все пойманные рыбы составляют 5 равных долей, три из которых приходятся на долю Макса и две – на долю Криса. Одна доля равна 5 рыбам. Следовательно, Макс поймал  $5 \times 3 = 15$  рыб, а Крис поймал  $5 \times 2 = 10$  рыб.

5. (6 баллов) На развилке 4-х дорог стоит дуб, под дубом – камень, а на камне – надпись: «Только одна из этих дорог к счастью ведёт. Какая – узнать можно у ворона, что на дубе живёт. Но отвечает он только на 3 вопроса, причём только «ДА» и «НЕТ», да ещё каждому он либо говорит только правду, либо только лжёт, а кому – что, нам не ведомо». Как определить, какая дорога к счастью ведёт?

Первое решение. Первым вопросом – определить, врёт ворон или нет. Например: « $2 \times 2 = 4$ ?»

После этого разбить дороги на две пары и спросить про одну из пар: «Одна из этих дорог ведёт к счастью?» Зная, врёт ворон или нет, определяем, в какой паре есть дорога ведущая к счастью. Третьим вопросом, указывая на одну из дорог той пары, в которой есть дорога к счастью, спрашиваем: «Эта дорога ведёт к счастью?» Зная, врёт ворон или нет, определяем, какая из этих двух дорог ведёт к счастью.

Второе решение. Последовательно, указывая на три разные дороги, задать один и тот же вопрос: «Эта дорога ведёт к счастью?»

Если все три ответа «да», то ворон врёт, и к счастью ведёт 4-ая дорога.  
 Если два ответа «да» и один «нет», то ворон врёт, и к счастью ведёт та дорога, про которую ворон сказал: «Нет».

Если два ответа «нет» и один «да», то ворон говорит правду, и к счастью ведёт та дорога, про которую ворон сказал: «Да».

Если все три ответа «нет», то ворон говорит правду, и к счастью ведёт 4-ая дорога.

*Возможны и другие решения.*

**6. (7 баллов)** Во всех клетках квадрата 3x3 стоит число 5 (рис. 1). За один ход разрешается в любых двух соседних клетках заменить числа на другие так, чтобы сумма чисел в этих двух клетках не изменилась. Соседними считаются клетки, имеющие общую сторону. Превратите квадрат, изображённый на рисунке 1, в квадрат, изображённый на рисунке 2, сделав как можно меньше ходов.

5	5	5
5	5	5
5	5	5

Рис. 1

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Рис. 2

Решение: см. рис. (минимальное количество ходов – 6. Это можно строго доказать, но от учащихся этого не требуется).

5	5	5
5	5	5
5	5	5

1-ый ход

1	5	5
9	5	5
5	5	5

2-ой ход

1	5	5
4	5	5
10	5	5

3-ий ход

1	5	5
4	5	5
7	8	5

4-ый ход

1	2	8
4	5	5
7	8	5

5-ый ход

1	2	3
4	5	10
7	8	5

6-ой ход

1	2	3
4	5	6
7	8	9