Весенний тур XXXIII Турнира Архимеда. 5 класс
31 марта 2024 года
Личный этап

Задача 1. (6+1 баллов) Ребус. Найдите все решения ребуса (разные цифры заменены разными буквами), объясните, почему нет других. *Решения считаются разными, если отличаются значением хотя бы одной буквы.*

А х Р = Х – И = М + Е = Д

Ответ: 2х4=9-1=3+5=8, 2х4=9-1=5+3=8, 4х2=9-1=5+3=8, 4х2=9-1=3+5=8

Решение

Д – однозначное число, равное произведению двух различных чисел, отличных от Д. Значит, Д не простое. Д не 4 и не 9 (4=2х2=1х4, 9-3х3=9х1 — одинаковые множители или есть единица). Значит Д = 6 или 8.

Получаем 2х4=Х-И=М+Е=8 или 2х3=Х-И=М+Е=6.

1) 2х4=Х-И=М+Е=8

8=8-0 или 9-1, Х не равно 8, потому что Х и Д - разные цифры. 2х4=9-1=М+Е=8

8=0+8=1+7=2+6=3+5. Подходит только последний вариант, потому что в остальных есть цифры, которые уже используются. 2х4=9-1=5+3=8 (можно поменять местами 4–2 и 3–5)

2) 2х3=Х-И=М+Е=6.

6=6-0=7-1=8-2=9-3. Подходит только 7-1, потому что в остальных вариантах есть цифры, которые уже используются 2х3=7-1=М+Е=6.

6=6+0=5+1=4+2=3+3 Во всех вариантах есть цифры, которые уже использовать нельзя.

ПРИМЕРНЫЕ КРИТЕРИИ:

Нет *верных ответов* ***— 0 баллов***

За каждый верный ***ответ*** *+1 балл. (максимум 4 балла)*

Доказательство того, что Д может быть равно ***6 или 8****, +1 балл.*

Доказательство того, что Д может быть равно ***только 8****, +1 балл.*

Обоснование того, что при Д=8 могут быть только такие варианты +1 балл.

Задача 2. (5 баллов) Рыцари и Лжецы. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду и лжецы, которые всегда лгут. В комнате собрались 6 жителей острова. Какую четверку ни возьми, в ней кто-нибудь может сказать: среди нас есть лжец. Сколько в комнате рыцарей?.

Ответ: 3 рыцаря.

Решение 1

В четверке рыцарей – рыцарь солжет.

В четверке лжецов – лжец скажет правду.

Значит, таких четверок быть не может (в каждой четверке есть и рыцарь, и лжец).

Следовательно, рыцарей не больше трех и лжецов не больше трех. Значит, каждого по 3.

Решение 2

Полный перебор (7 случаев) с обоснованием.

ПРИМЕРНЫЕ КРИТЕРИИ:

Полное решение ***– 5 баллов***

Обосновано, что 4 рыцаря (4 лжеца) быть не может – по ***2 балла*** *за каждый случай (суммируется с баллами за верный ответ – 2+1 или 2+2)*

Утверждение, что "четверка" не подходит, без обоснования – минус 1 балл (всего ***4 балла*** *за решение)*

Только верный ответ ***– 1 балл***

Только верный ответ с проверкой ***– 2 балла***

Для решения 2.

Верный ответ перебором с обоснованием, в котором пропущен ОДИН случай ***– 4 балла***

Верный ответ перебором с обоснованием, в котором пропущено ДВА случая ***– 3 балла***

Задача 3. (6 баллов) Карточки. У Вари есть стопка карточек с цифрами 1, 2 и 3. Она выкладывает карточки в ряд и хочет, чтобы в ряду нашлись все двузначные числа, в записи которых есть эти цифры. Какое наименьшее количество карточек может быть в таком ряду? (Двузначное число можно найти, если карточки с его цифрами лежат рядом в правильном порядке.)

Покажите, как Варе выложить карточки, и объясните, почему ряд из меньшего количества карточек не подойдёт.

Ответ: 10.

Решение

ОЦЕНКА. Двузначных чисел из цифр 1,2,3 всего 9 (11,12,13,21,22,23,31,32 и 33). Чтобы нашлось 9 пар соседних карточек, карточек должно быть не менее 10. (Если карточек 9 или меньше, получается 8 или меньше пар.)

ПРИМЕР. 1133223121 (примеров много).

ПРИМЕРНЫЕ КРИТЕРИИ:

*Верный ответ **+1 балл**.*

*Работающий пример из 10 карточек **+ 2 балла** (от ребенка проверка не требуется).*

*Обоснование, почему 9 и менее карточек быть не может **+ 2 балла**.*

*Полное решение **– 6 баллов**.*

Задача 4. (7 баллов) Часы. У Папы Карло двое часов – первые спешат на 5 минут в сутки, а вторые отстают на 2 минуты. В полдень 1 марта он выставил правильное время на каких-то из своих часов. А еще через несколько дней, тоже в полдень – на других. В результате 31 марта в полдень показания часов расходились на 160 минут. В какой день он мог второй раз правильно выставить время?

Ответ: 11 или 26 марта.

Решение 1.

1) Если 1 марта верно установлено время на первых часах (которые спешат), то 31 марта они показывают на 30*5=150 минут больше, чем правильное время. Вторые часы отстают, значит, они успели отстать на 160–150=10 минут, для этого им нужно 10:2 = 5 дней, значит, Папа Карло устанавливал их 31–5=26 марта.

2) Если 1 марта верно установлено время на вторых часах (которые отстают), то 31 марта они показывают на 30*2=60 минут меньше, чем правильное время. Первые часы спешат, значит, они успели уйти вперед на 160–60=100 минут, для этого им нужно 100:5 = 20 дней, значит, Папа Карло устанавливал их 31–20=11 марта.

Решение 2.

За сутки часы показания часов расходятся на 5+2=7 минут. Если бы на каждых часах выставили правильное время 1 марта, то 31 марта (через 30 суток) их показания расходились бы на 7*30=210 минут. Отличие на 210-160=50 минут скорректировано в тот день, когда Папа Карло выставил правильное время на других часах. До этого момента эти 50 минут «набежали» либо на первых, либо на вторых часах.

Если на тех, которые спешат, то 50 минут «набежали» за 50:5=10 дней, тогда верное время на них выставили 11 марта.

Если на тех, которые отстают, то 50 минут «набежали» за 50:2=25 дней, тогда верное время на них выставили 26 марта.

ПРИМЕРНЫЕ КРИТЕРИИ:

*А) Полное решение (два случая с обоснованиями, получено два верных ответа) **– 7 баллов***

*Полностью разобран один из случаев, обоснованно получен один верный ответ **– 3 балла***

*Б) Верно вычислен один из временных промежутков (5 или 20 дней / 10 или 25 дней) – 1 **балл***

*Верно вычислены оба временных промежутков (5 и 20 дней / 10 и 25 дней) – 3 **балла***

*В) вычислен один из временных промежутков (5 или 20 дней / 10 или 25 дней) + ошибка в ответе на 1 день (25 или 27 марта / 10 или 12 марта) **– пункт Б)+1 балл (в каждом случае)***

*вычислен один из временных промежутков (5 или 20 дней / 10 или 25 дней) + ошибка больше, чем на 1 день **– пункт Б)+0 баллов (т.е. баллы не добавляются)***

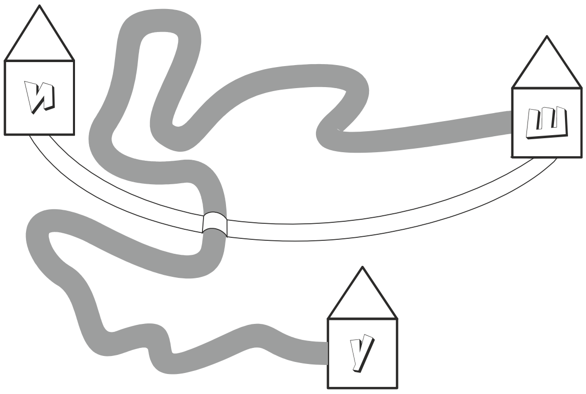
*Г) Только один из верных ответов (одна дата), без обоснования **– 1 балл***

*Только верные ответы (две даты), без обоснования**– 2 балла***

Задача 5. (3+5 баллов) Путь до школы. В 10:00 Утёнок и Индюшонок вышли из своих домиков, и пошли в «Птичью школу». Утёнок поплыл по каналу, а Индюшонок пошел по дорожке. В 10:06 Индюшонок дошел до мостика через канал, под которым в этот момент проплывал Утёнок. Ради шутки они поменялись местами, Утёнок пошел дальше пешком, а Индюшонок поплыл. В школу они попали одновременно. Дорожка от моста до школы вдвое длиннее, чем от моста до дома Индюшонка. Утёнок плавает в 6 раз быстрее Индюшонка, а ходит в 3 раза медленнее Индюшонка. Длина моста и расстояние канала под мостом не учитываются

а) Во сколько они попали в школу?

б) Какая часть канала длиннее и во сколько раз: от моста до школы или от моста до дома Утёнка?



Ответ: а) в 10:42. **б)** Одинаково.

Решение:

а) ***И*** шел 6 минут по дорожке, значит, ***У*** идет другую часть в 6 раз большее время, поскольку он втрое медленнее ***И***, а дорожка вдвое длиннее. ***У*** идет 36 минут. Стартуют и финишируют они одновременно, значит, в школу они придут через 6+36=42 минуты. В школу они пришли в 10:42.

б) ***У*** плыл 6 минут, а ***И*** 36 минут. Если бы ***И*** плыл с той же скоростью, что и ***У***, он бы за 36 минут проплыл в 6 раз больше, чем ***У*** за 6 минут. Но его скорость вшестеро меньше скорости ***У***, значит, в итоге он проплывет в 6 раз меньше, чем проплыл бы ***У*** за 36 минут. Получается он проплывет в итоге ровно столько же, сколько проплыл ***У*** за 6 минут. Мост стоит ровно в середине канала.

ПРИМЕРНЫЕ КРИТЕРИИ:

а) *Только ответ* ***– 1 балл.***

Доказано, что путь после моста занимает 36 минут, а весь путь 42 минуты ***+ 2 балла.***

б) *Только ответ* ***– 1 балл.***

Доказано, что Индюшонок проплыл такой же путь (со ссылкой на основываясь на доказанное в пункте а) ***+ 4 балла.***

Итого: полное решение (1+2) + (1+4) = ***8 баллов.***