Турнир Архимеда по программированию 2015

Разбор задач

Олег Мингалёв[1] Елизавета Игнатьева[2]
Александр Тимин[3] Валерия Петрова[4]

[1]ГБОУ «Физматшкола 2007», г. Москва

[2]Московский Физико-Технический Институт, г. Долгопрудный

[3]ООО «Яндекс», г. Москва

[4]Центр онлайн-обучения «Фоксофрд», г. Санкт-Петербург

http://archimedes-contest.org/
26 апреля 2015 — 3 мая 2015

Задача «Папа, я физик!»

Автор задачи: Олег Мингалёв
Автор условия: Елизавета Игнатьева
Автор тестов: Олег Мингалёв

Постановка задачи

- Даны числа v_1 и v_2, $C = 299792458$.
- Выведите $min(v_1 + v_2, C)$.

Реализация

- Считайте числа v_1 и v_2.
- Выведите $min(v_1 + v_2, 299792458)$.

Вопросы?

Задача «Детский сад»

Автор задачи: Валерия Петрова
Автор условия: Елизавета Игнатьева
Автор тестов: Елизавета Игнатьева

Постановка задачи

- Есть N детей, для i-того ребёнка определена величина его плаксивости q_i.
- Если в какой-то момент плачет A детей, то все дети, у которых $q_i <= A$, тоже начинают плакать.
- Заплачут ли в итоге все дети?

Сортировка

- Если $q_i < q_j$, то j-ый ребёнок не может заплакать раньше i-ого.
- Значит дети начинают плакать в порядке увеличения их плаксивости.
- Отсортируем q_i.
- Будем поддерживать количество уже плачущих детей A и идти в порядке увеличения q_i.
- Если текущее $q_i > A$, то и все следующие $q_j > A$, то есть больше никто не заплачет и ответ «NO».
- Иначе увеличиваем A на 1 (ребёнок заплакал) и переходим к следующему ребёнку.
- Если дети кончились, значит все дети уже плачут и ответ «YES».

Вопросы?

Задача «Слова не пройдут»

Автор задачи: Олег Мингалёв
Автор условия: Елизавета Игнатьева
Автор тестов: Александр Тимин

Постановка задачи

- Из исходной строки s получили строку s', заменив некоторые символы по следующему правилу:
  - e $\Rightarrow$ 3
  - o $\Rightarrow$ 0
  - i $\Rightarrow$ 1
  - t $\Rightarrow$ 7
  - a $\Rightarrow$ 4
  - s $\Rightarrow$ 5
- Даны строки s' и t; возможно ли, что строка t входила в s до выполненных замен?

Реализация

- Выполним обратные замены:
  - 3 $\Rightarrow$ e
  - 0 $\Rightarrow$ o
  - 1 $\Rightarrow$ i
  - 7 $\Rightarrow$ t
  - 4 $\Rightarrow$ a
  - 5 $\Rightarrow$ s
- Проверим, встречается ли строка t в полученной строке.

Вопросы?

Задача «Нью-Кэпитал»

Автор задачи: Олег Мингалёв
Автор условия: Елизавета Игнатьева
Автор тестов: Олег Мингалёв

Постановка задачи

- На плоскости отмечены две точки S и F: (S_X, S_Y) и (F_X, F_Y).
- Из точек с чётными X-координатами разрешено двигаться на 1 влево.
- Из точек с нечётными X-координатами разрешено двигаться на 1 вправо.
- Из точек с чётными Y-координатами разрешено двигаться на 1 вниз.
- Из точек с нечётными Y-координатами разрешено двигаться на 1 верх.
- Другие ходы запрещены
- За какое минимальное число ходов из точки S можно попасть в точку F?

Разбор случаев

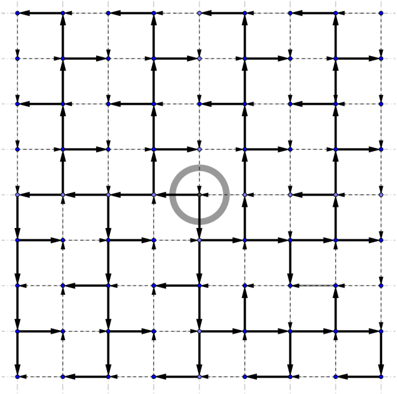
- Рассмотрим решение для случая, в котором S_X и S_Y чётные, остальные случаи разбираются аналогично.

Разбор случаев

- Если бы из точек можно было ходить в любую сторону, то ответом на задачу было бы число $D = |S_X - F_X| + |S_Y - F_Y|$.
- Понятно, что в решаемой нами задаче ответ не может быть меньше, чем D.
- Назовём штрафом точки $A : (X, Y)$ разность минимального количества ходов, необходимого для достижения точки A из точки S и величины $|S_X - Y| + |S_Y - Y|$.

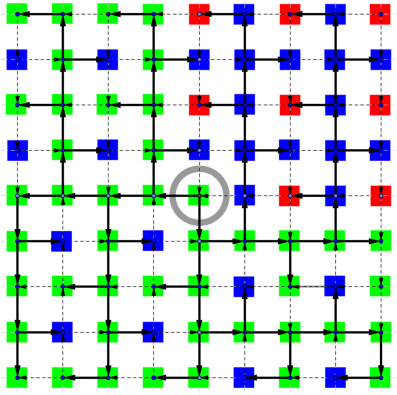
Разбор случаев

- Нарисуем все кратчайшие пути из S.



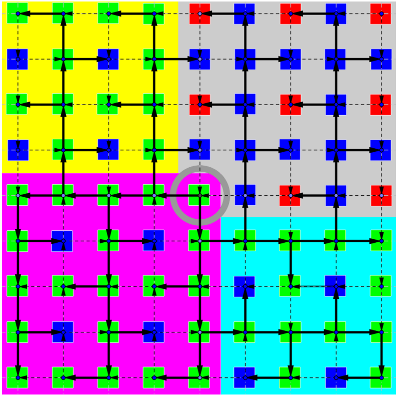
Разбор случаев

- Для каждой точки посчитаем её штраф (на рисунке штраф, равный 0, отмечен зелёным цветом, равный 2 — синим, равный 4 — красным.



Разбор случаев

- Заметим, что плоскость разбивается на четыре области, в каждой из которых штраф точки зависит только от чётности её координат.



Разбор случаев

- Проверить, в какой областиь лежит точка F относительно точки S.
- Посчитать её штраф в зависимости от полученной области и чётности координат.
- Прибавить к штрафу величину $|S_X - F_X| + |S_Y - F_Y|$.
- Это и есть ответ.
- Для остальных случаев, когда S_X или S_Y нечётные, рассуждения полностью аналогичны.

Поиск в ширину

- Можно было честно искать кратчайшее расстояние между точками с помощью, например, алгоритма поиска в ширину.
- Подробнее — например, на сайте `http://informatics.msk.ru/` в разделе «Алгоритмы на графах».

Вопросы?

Задача «Мама, я математик»

Автор задачи: Олег Мингалёв
Автор условия: Елизавета Игнатьева
Автор тестов: Олег Мингалёв

Постановка задачи

- В исходном числе N каждую цифру в каждой позиции умножили на 19, прибавили 40, снова умножили на 19, взяли последнюю цифру полученного произведения и поставили вместо исходной цифры. Какое число получилось?

Решение

- $0 * 19 \Rightarrow 0 + 40 \Rightarrow 40 * 19 \Rightarrow 760 \% 10 \Rightarrow 0$
- $1 * 19 \Rightarrow 19 + 40 \Rightarrow 59 * 19 \Rightarrow 1121 \% 10 \Rightarrow 1$
- $2 * 19 \Rightarrow 38 + 40 \Rightarrow 78 * 19 \Rightarrow 1482 \% 10 \Rightarrow 2$
- $3 * 19 \Rightarrow 57 + 40 \Rightarrow 97 * 19 \Rightarrow 1843 \% 10 \Rightarrow 3$
- $4 * 19 \Rightarrow 76 + 40 \Rightarrow 116 * 19 \Rightarrow 2204 \% 10 \Rightarrow 4$
- $5 * 19 \Rightarrow 95 + 40 \Rightarrow 135 * 19 \Rightarrow 2565 \% 10 \Rightarrow 5$
- $6 * 19 \Rightarrow 114 + 40 \Rightarrow 154 * 19 \Rightarrow 2926 \% 10 \Rightarrow 6$
- $7 * 19 \Rightarrow 133 + 40 \Rightarrow 173 * 19 \Rightarrow 3287 \% 10 \Rightarrow 7$
- $8 * 19 \Rightarrow 152 + 40 \Rightarrow 192 * 19 \Rightarrow 3648 \% 10 \Rightarrow 8$
- $9 * 19 \Rightarrow 171 + 40 \Rightarrow 211 * 19 \Rightarrow 4009 \% 10 \Rightarrow 9$

Решение

- Цифры числа не меняются
- Ответ — исходное число.

Вопросы?

Задача «Том и Джерри»

Автор задачи: Олег Мингалёв
Автор условия: Елизавета Игнатьева
Автор тестов: Олег Мингалёв

Постановка задачи

- ASCII-артом нарисованы висящая на верёвке наковальня и Том. Заденет ли наковальня Тома при падении, если перерезать веревку?
- Наковальня строго ниже веревки, Том строго ниже наковальни.
- Наковальня состоит из символов «#» и имеет прямоугольную форму.
- Между наковальней и Томом есть хотя бы одна пустая строка.

Реализация

- Найдём горизонтальные размеры наковальни. Для этого возьмём первую строку, в которой встречается символ «#» и найдём позиции первого и последнего вхождения в неё этого символа.
- Найдём первую строку, состоящую только из пробелов. Все непробельные символы, которые есть ниже её – часть Тома.
- Переберём все строки ниже неё, в каждой переберём все символы. Если символ непробельный и его позиция лежит между границами наковальни, значит при падении наковальня заденет Тома.
- Если таких индексов нет, то не заденет.

Вопросы?

Задача «Куртки»

Автор задачи: Елизавета Игнатьева
Автор условия: Елизавета Игнатьева
Автор тестов: Елизавета Игнатьева

Постановка задачи

- Есть две куртки, первая рассчитана на температуру не выше x градусов, вторая — на температуру выше x градусов.
- Куртка меняется с первой на вторую, если температура стала не ниже $x + d$ градусов.
- Куртка меняется со второй на первую, если температура стала не выше $x - d$ градусов.
- Дан список изменения температуры. Сколько раз будет надета куртка, не рассчитанная на актуальную температуру?
- Изначально надета куртка, рассчитанная на первую температуру.

Реализация

- Будем поддерживать переменную, в которой указана надетая в настоящий момент куртка. Инициализируем её в зависимости от первой температуры.
- По очереди для всех температур выполним следующие операции:
  - Если надета первая куртка, а температура не ниже $x + d$, то наденем вторую куртку
  - **Иначе**, если надета вторая куртка, а температура не выше $x - d$, то наденем первую куртку

  - Если надета первая куртка, а температура выше x, то увеличим счётчик с ответом на один.
  - Если надета вторая куртка, а температура не выше x, то увеличим счётчик с ответом на один.

Вопросы?

Задача «Мама, я диспетчер»

Автор задачи: Олег Мингалёв
Автор условия: Елизавета Игнатьева
Автор тестов: Олег Мингалёв

Постановка задачи

- Самолёт подлетает к аэропорту в момент времени t_i, посадка занимает время B, самолёт можно отправлять сделать дополнительные круги над городом, каждый занимает время F. За какое минимальное время можно посадить все самолёты?

Реализация

- Будем поддерживать значения массива t_i — в какой момент времени подлетает i-ый самолёт.
- Каждый раз на посадку будем отправлять первый прилетевший из оставшихся самолёт.
- Для каждого из оставшихся ещё не севших самолётов происходит одна из следующих ситуаций:
  - Самолёт прилетает через время, не меньшее B (времени посадки), то есть коллизии не происходит и нам ни о чём думать не нужно.
  - Самолёт прилетает через время, меньшее B, то есть во время посадки другого самолёта. В таком случае мы должны отправить его выполнять дополнительный круг над городом, то есть заменить t_i на $t_i + F$.

Реализация

- Возможно, что самолётам придётся выполнять больше одного круга, пока происходт посадка другого воздушного судна. На самом деле, пока садится самолёт j, самолёту i нужно выполнить C кругов.

$$C = \left\lceil \frac{t_j + B - t_i}{F} \right\rceil$$

.

- То есть t_i мы заменяем не на $t_i + F$, а на $t_i + C \times F$.

Вопросы?